

۱۶. عبارت‌ها به ترتیب برابرند با -۱۸ ، ۰ ، ۱۵ و -۱۹ ، که هیچ دو تایی از آن‌ها برابر نیستند. پس گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۱۷. از فرض نتیجه می‌شود

$$۵a + ۵b = ۷a - ۷b \implies ۲a = ۱۲b \implies a = ۶b$$

پس

$$\frac{۳a + ۲b}{۳b} = \frac{۱۸b + ۲b}{۳b} = \frac{۲۰b}{۳b} = \frac{۲۰}{۳}$$

پس گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۱۸.

$$\begin{aligned} \frac{-۱۸ + ۲۷}{۲۳ + a} &= \frac{x}{۲} = \frac{-۹}{۲۳} \\ \implies \frac{۹}{۲۳ + a} &= \frac{-۹}{۲۳} \implies ۲۳ = -۲۳ - a \implies a = -۴۶ \end{aligned}$$

پس گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۱۹. با شروع از پایین جدول می‌توانیم همه‌ی خانه‌ها را حساب کنیم. ردیف پایین از راست به چپ برابر می‌شود با -۷ ، -۱۱ ، -۳ ، ۵ و ۹ . ردیف دوم از راست به چپ برابر می‌شود با -۱۸ ، -۱۴ ، ۲ و -۴ . ردیف سوم از راست به چپ برابر می‌شود با -۳۲ ، -۱۲ و -۲ . $b = -۲$. ردیف چهارم برابر می‌شود با -۴۴ و -۱۴ و A برابر می‌شود با -۵۸ .

پس جواب ۲۹ است و گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۲۰.

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \dots + \frac{1}{323} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{17 \times 19} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{19} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{19} \right) = \frac{4}{57} \end{aligned}$$

پس گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۲۱. در الگوریتم غربال اراتستن، عدد یک و مضرب‌های مرکب اعداد اول را خط می‌زنیم و خط زدن را تا عددی ادامه می‌دهیم که مربع آن بین عددهای نوشته شده نباشد. اعداد اولی که مربع آن‌ها در مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 200\}$ است عبارت‌اند از $\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$. اعدادی که فقط یک بار خط می‌خورند عبارت‌اند از اعدادی که دقیقاً یکی از این عوامل اول را دارند که عبارت‌اند از

$$2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2 \times 17, 2 \times 19, 2 \times 23, 2 \times 29, 2 \times 31, 2 \times 37, 2 \times 41, 2 \times 43, 2 \times 47, \\ 2 \times 53, 2 \times 59, 2 \times 61, 2 \times 71, 2 \times 73, 2 \times 83, 2 \times 89, 2 \times 97, 3^2, 3^3, 3^4, 3 \times 19, 3 \times 23, \\ 3 \times 29, 3 \times 31, 3 \times 37, 3 \times 41, 3 \times 43, 3 \times 47, 3 \times 53, 3 \times 59, 3 \times 61, 5^2, 5^3, 5 \times 17, 5 \times 19, \\ 5 \times 23, 5 \times 29, 5 \times 31, 5 \times 37, 7^2, 7 \times 17, 7 \times 19, 7 \times 23, 11^2, 11 \times 17, 13^2$$

و تعداد آن‌ها برابر است با ۵۴، که در گزینه‌ها نیست.

۲۲. اعداد مرکبی که کوچک‌تر از ۴۰ و نسبت به آن اول هستند عبارت‌اند از $\{9, 21, 27, 33, 39\}$. پس گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۲۳. مورد الف اول نیست چون $19 \times 23 = 437$. مورد ب نیز اول نیست چون بر ۳ بخش‌پذیر است. مورد ج نیز اول نیست چون زوج است. پس گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۲۴. زوایای داخلی پنج‌ضلعی منتظم برابرند با 108° . پس زاویه‌ی بزرگ‌تر لوزی برابر است با $144 - 2 \times 108 = 360 - 216 = 144$ و در نتیجه $\beta = 180 - 144 = 36$. همچنین $\alpha = 360 - 2 \times 60 - 144 = 96$. پس $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{96}{36} = \frac{8}{3}$ و گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۲۵. اگر X نقطه‌ی برخورد امتداد PQ و MN باشد، در مثلث PXN داریم

$$\angle PXN = \angle QPN - \angle PNX$$

از طرفی در شش‌ضلعی منتظم داریم $\angle PNX = 60^\circ$ و در پنج‌ضلعی منتظم داریم $\angle QPN = 72^\circ$. پس $\angle PXN = 12^\circ$ و گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۲۶. اگر DH عمود رسم شده از D بر AB باشد، $AH = AD \cos 60^\circ = \frac{1}{2}AD$. حال اگر CK عمود وارد از C بر AB باشد، $CDHK$ یک مستطیل است و در نتیجه $HK = CD = 2AD$. پس

$$BK = AB - AH - HK = 4AD - \frac{1}{2}AD - 2AD = \frac{3}{2}AD$$

$$CK = DH = AD \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} AD$$

$$\Rightarrow \tan \angle B = \frac{CK}{BK} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \angle B = 30^\circ$$

پس گزینه ی ۳ صحیح است.

۲۷. اگر n تعداد کل کتاب‌ها باشد، $\frac{1}{4}n$ کتاب علمی هستند، $\frac{1}{6}n$ کتاب داستانی هستند، $\frac{1}{8}n$ کتاب تاریخی هستند و ۴ کتاب نیز دایره‌المعارف هستند. پس

$$n \geq \frac{1}{4}n + \frac{1}{6}n + \frac{1}{8}n + 4 = \frac{11}{12}n + 4 \Rightarrow n \geq 48$$

پس گزینه ی ۱ صحیح است.

۲۸. این اعداد برابرند با ۲۵ و ۲۳ و ۲۱. پس جواب ۵۲۹ است و گزینه ی ۱ صحیح است.

۲۹. عرض مستطیل‌های گوشه‌ای را x می‌نامیم. پس ضلع عمودی مربع وسط می‌شود $2x - 14$. از طرف دیگر طول مستطیل‌های گوشه‌ای برابر با $2x$ است و در نتیجه ضلع افقی مربع می‌شود $4x - 20$. پس $2x - 14 = 4x - 20$ که نتیجه می‌دهد $x = 3$ و در نتیجه ضلع مربع برابر ۸ است. پس گزینه ی ۲ صحیح است.

۳۰.

$$\left(\frac{a+b}{2a-2b}\right)^6 = \frac{1}{2^6} \left(\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}\right)^3 = \frac{1}{64} \left(\frac{a^2+b^2+2ab}{a^2+b^2-2ab}\right)^3$$

$$= \frac{1}{64} \left(\frac{6ab}{2ab}\right)^3 = \frac{27}{64}$$

پس گزینه ی ۲ صحیح است.

۳۱. چون A بر ۵ بخش‌پذیر است پس $y \in \{0, 5\}$ و چون بر ۹ بخش‌پذیر است پس $9|x+y+13$ ، که در مجموع، ۳ حالت مختلف برای A به دست می‌آید که عبارت‌اند از 835020 و 830025 و 839025 . پس تفاضل بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار، ۹۰۰۰ است و گزینه ی ۳ صحیح است.

۳۲. تعداد کیسه‌هایی که شادی و لیلا در روز پنج‌شنبه جمع کرده‌اند را a و b می‌نامیم و تعداد کیسه‌هایی که نسیم و لیلا در روز جمعه جمع کرده‌اند را c و d می‌نامیم. داریم

$$a + b = 30, \quad a = b - 8$$

که نتیجه می‌دهد $a = 11, b = 9$ و نیز $c = d = 11 + 9 = 20$. پس جواب مسأله $a + b + c + d = 70$ است و گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۳۳. داریم $x + 110^\circ = 180^\circ$ پس $x = 70^\circ$ و نیز با توجه به زاویه‌ی قائمه داریم

$$110^\circ + 90^\circ + y + (180^\circ - 80^\circ) = 360^\circ \implies y = 60^\circ$$

پس گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۳۴. داریم $BC' = BC$ و $BC' \perp BC$ ، پس BCC' یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است و در نتیجه $\angle C'CB = 45^\circ$ پس

$$\angle C'CD = \angle C'CB + \angle BCD = 45^\circ + 50^\circ = 95^\circ$$

پس گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۳۵. اگر رئوس دو زاویه‌ی مشخص شده در شکل را با یک پاره‌خط به هم وصل کنیم، مستطیل اصلی به دو مستطیل کوچک‌تر تقسیم می‌شود که $\frac{1}{4}$ هر کدام از آن‌ها هاشور خورده است. پس مساحت ناحیه‌ی هاشور خورده، $\frac{1}{4}$ مساحت کل مستطیل است، یعنی $\frac{5 \times 16}{4} = 20$ پس گزینه‌ی ۲ صحیح است.